Interro n°8 — Espaces vectoriels (sujet A)

NOM : .... Note :

1) Compléter cette définition : $(E,+,\cdot)$ est un $\mathbb{K}$-espace vectoriel si $(E,+)$ est un groupe abélien et si les assertions suivantes sont vérifiées :

2) Soit E un $\mathbb{K}$-e.v., $n \in \mathbb{N}^*$ et $u_1, \cdots, u_n \in E$. Donner la définition en termes d'ensemble de $\mathrm{Vect}(u_1, \cdots, u_n)$. Sous quelle condition est-ce que $(u_1, \cdots, u_n)$ est une famille génératrice de E ?

3) Est-ce que $E = \left\{ f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}} \mid f \text{ est monotone} \right\}$ est un $\mathbb{R}$-e.v. ? Justifier.

INTERRO N°8 — ESPACES VECTORIELS (SUJET B)

NOM : .... Note :

1) Soit E un $\mathbb{K}$-e.v. et $F \subset E$. Donner une caractérisation (pas une définition) de l'assertion « F est un s.e.v. de E ».

2) Soit E un $\mathbb{K}$-e.v., $n \in \mathbb{N}^*$ et $u_1, \cdots, u_n \in E$. Donner la définition de « $(u_1, \cdots, u_n)$ est une famille libre ».

3) Est-ce que $E = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x^2\right\}$ est un $\mathbb{R}$-e.v. ? Justifier.